



## Resumen

El estudio de una cadena de suministro abarca desde el diseño de esta misma hasta la organización de pedidos y entradas de material. Sin embargo en este proyecto tratamos la optimización de la fabricación y la previsión de stock necesario de un grupo de compañías. Este tipo de investigaciones son objeto de un gran interés en el mundo empresarial, por motivos tanto económicos como sociales.

En este proyecto se ofrecen las explicaciones pertinentes para resolver un problema de optimización de una cadena de suministro basada en la fabricación de latas de aluminio. Dicha cadena de suministro está formada, principalmente, por una compañía que posee varias fábricas localizadas en diversos puntos de Alemania que producen distintos tipos de productos que finalmente son enviados a centros de distribución (propiedad de la misma compañía) para venderle a sus clientes aquellos productos que deseen comprar. Tanto clientes como proveedores no forman parte de la misma empresa ni de la compañía que es propietaria de las fábricas y por ello compiten entre sí para poder conseguir vender o comprar sus productos o materias primas.

La cadena de suministro objeto de este estudio es de tipo closed-loop, lo que implica que hay un flujo de materia en sentido inverso al flujo principal, descrito anteriormente. Este flujo es generado por un sistema de reciclaje basado en una empresa capaz de convertir los defectos de fabricación de las envasadoras de refrescos en materia prima para las fábricas de latas. Esta empresa de reciclaje posee varios centros que recogen los residuos reciclables derivados de la producción de los productos finales y los convierten en materia prima para el proceso de fabricación.

Las relaciones o negociaciones entre la empresa fabricante y sus posibles proveedores y clientes se pueden modelar o definir a partir de la teoría de juego de Stakelberg. Dicha teoría describe la existencia de una empresa líder que intenta mejorar el precio de compra y venta de su materia prima y productos con el fin de aumentar sus propios beneficios, siempre y cuando cuente con el beneplácito del resto de los miembros de la cadena de suministro.

La competencia entre los posibles clientes que pueden comprar los productos de los fabricantes y los proveedores que desean venderles materia prima se resuelve mediante la teoría del equilibrio generalizado de Nash. Esta teoría prevé que en el equilibrio del problema de optimización de la cadena de suministro ningún miembro de ésta tendrá mayores beneficios si intenta forzar un cambio en el precio de sus productos.

Por último, en este proyecto se incluye la existencia de un mercado exterior para proveedores y clientes del líder. Este mercado está formado por la cartera de clientes y proveedores de los miembros anteriormente mencionados que terminan compitiendo con el líder objeto principal de

este estudio. Se confiere a la empresa líder, la capacidad de convencer a un proveedor o a un cliente para que le venda o le compre respectivamente sus productos a igualdad de condiciones con sus competidores.



# Sumario

<b>Resumen</b>	<b>2</b>
<b>Sumario</b>	<b>5</b>
<b>1. Glosario</b>	<b>7</b>
<b>2. Prefacio</b>	<b>8</b>
2.1. Origen del proyecto	8
2.2. Motivación	9
2.3. Requerimientos previos	9
<b>3. Introducción</b>	<b>10</b>
3.1. Objetivos del proyecto	10
3.2. Alcance del proyecto	10
<b>4. Cadenas de suministro y closed-loops</b>	<b>11</b>
<b>5. Teorías y métodos aplicados</b>	<b>13</b>
5.1. Teoría de juego de Stakelberg	13
5.2. Teoría de equilibrio generalizado de Nash	15
5.3. Métodos empleados	16
<b>6. Problema de optimización</b>	<b>20</b>
6.1. Planteamiento del problema	20
6.2. Formulación del problema	22
6.2.1. Subíndices	22
6.2.2. Variables	23
6.2.3. Objetivo y restricciones de fábricas y almacenes	24
6.2.4. Objetivo y restricciones de los clientes	27
6.2.5. Objetivo y restricciones de los proveedores	30
6.2.6. Objetivo y restricciones de los centros de reciclaje	32
6.3. Equivalencias entre ecuaciones	34
<b>7. Programa en Matlab</b>	<b>36</b>
<b>8. Resolución del ejemplo del artículo</b>	<b>41</b>
<b>9. Análisis de los resultados del problema</b>	<b>44</b>

<b>10. Conclusiones</b>	<b>49</b>
<b>11. Impacto ambiental y económico</b>	<b>50</b>
<b>12. Bibliografía</b>	<b>53</b>

# 1. Glosario

SC: Cadena de suministro (*supply chain*)

MP: Materia(s) prima(s)

## 2. Prefacio

### 2.1. Origen del proyecto

Inicié este proyecto estudiando el artículo de Yue y You, "Game-theoretic modeling and optimization of multi-echelon supply chain design and operation under Stackelberg game and market equilibrium"<sup>1</sup>. En este artículo se plantea optimizar el diseño de una cadena de suministro. El modelo matemático que representa el problema planteado es de tipo no lineal, es decir que las variables del problema pueden multiplicarse entre sí o elevarse a una potencia. La SC está formada por una serie de fábricas, sus almacenes de distribución, sus posibles clientes y sus posibles proveedores. Todas las fábricas pertenecen a la misma compañía, pero tanto los proveedores como los clientes se tratarán todos ellos como compañías independientes entre sí, y por lo tanto no cooperan entre sí, ni con el líder, empresa cuya gestión es el objetivo de este estudio. La falta de cooperación de estos jugadores implica que cada uno de ellos busca su máximo beneficio económico individualmente, mientras que fábricas y almacenes de distribución buscan un mayor beneficio para la compañía a la que pertenecen.

El autor del artículo aplica al modelo la teoría de juego de Stakelberg junto con la teoría del equilibrio generalizado de Nash. La primera teoría describe el comportamiento de dos o más participantes en una negociación, llamados jugadores. Uno de estos jugadores encarna el papel de líder, mientras que los demás reaccionan a sus decisiones, convirtiéndose así en los seguidores. Ser líder conlleva ciertas ventajas que le proporcionan un mayor provecho económico, siempre que garantice un cierto grado de incentivo para el seguidor. De no ser así, el seguidor rehusaría participar en la cadena de suministro. Plasmar la teoría de juego en este modelo implica resolver simultáneamente la optimización de sus procesos u objetivos. Para resolver el problema en cuestión, el autor propone convertir los objetivos de los seguidores en restricciones del líder, usando como herramienta las condiciones KKT. Dicha herramienta emplea transformaciones de Lagrange para transformar estas funciones objetivo en simples restricciones. De este modo consigue reducir las funciones a maximizar a una única función.

El segundo artículo que estudié se titula: "Simultaneous design and planning of supply chains with reverse flows: A generic modelling framework"<sup>2</sup>. El artículo contiene una explicación de qué es y cómo se modela el flujo inverso en una cadena de suministro. Este flujo es creado por un centro de reciclaje donde se convierten los productos ya usados por los clientes en materia prima

---

<sup>1</sup> Dajun Yue, Fengqi You. Game-theoretic modeling and optimization of multi-echelon supply chain design and operation under Stackelberg game and market equilibrium. Computers and Chemical Engineering 71 (2014) 347-361.

<sup>2</sup> Maria Isabel Gomes Salema, Ana Paula Barbosa-Povoa, Augusto Q. Novais. Simultaneous design and planning of supply chains with reverse flows: A generic modelling framework. European Journal of Operational Research 203 (2010) 336-349.



para las fábricas. El problema que se plantea es la optimización de una cadena de suministros cooperativa y lineal (las variables solo se multiplican por un coeficiente real) con flujo inverso.

Empleé los conocimientos aprendidos en ambos artículos para poder plantear el problema de mi propio proyecto. Me planteé resolver un problema de optimación de una cadena de suministro no cooperativa, con flujo inverso y lineal, empleando el sistema de programación de Matlab.

## **2.2. Motivación**

Siempre me han interesado los problemas resolubles a través de métodos numéricos. Cuando mi tutor, el profesor Espuña me propuso resolver este problema, me pareció muy interesante porque en él confluían el planteamiento numérico resoluble con los sistemas de programación Matlab y el ámbito de la organización industrial, especialidad que ya estudió mi padre en esta Escuela.

En un principio este estudio iba a ser la búsqueda del modo en que se podía resolver un determinado tipo de problema, sin embargo se acabó convirtiendo en un estudio novedoso y de gran interés.

## **2.3. Requerimientos previos**

Inicialmente, tuve que informarme sobre el ámbito de las SC y repasar algunos conceptos (especialmente matemáticos) aprendidos a lo largo de la carrera. Sin embargo el mayor esfuerzo, previo al inicio del proyecto lo realice en relación al Matlab. A pesar de mi aprendizaje y mi continuo uso de este programa a lo largo de la carrera, fue necesario repasar un manual para poder aprender distintas metodologías y funciones que me podrían llegar a ser útiles cuando programara durante la realización de mi propio proyecto.

## 3. Introducción

### 3.1. Objetivos del proyecto

El objetivo inicial de este proyecto era conseguir resolver un problema de optimización de una cadena de suministro no cooperativa y no lineal. La forma de conseguirlo iba a ser mediante las herramientas de simulación planteadas en un artículo titulado “Game-theoretic modeling and optimization of multi-echelon supply chain design and operation under Stackelberg game and market equilibrium”. En dicho artículo se emplean herramientas matemáticas avanzadas para resolver un problema como el que se me planteaba en este proyecto, modelado mediante la teoría de juego de Stakelberg. La siguiente lectura para desarrollar este trabajo fue el artículo titulado “Simultaneous design and planning of supply chains with reverse flows: A generic modelling framework”. Este estudio cambió el objetivo de mi proyecto para poder incluir un sistema de reciclaje en la cadena de suministro que había que optimizar. En resumen, el objeto de este estudio es planificar la producción más rentable de una empresa teniendo en cuenta las necesidades y la disponibilidad de los posibles clientes y los posibles proveedores incluida una empresa que recicla los productos que aparecen en el estudio.

### 3.2. Alcance del proyecto

El problema que se detalla y resuelve en este proyecto es la maximización simultánea de varias funciones objetivo, cuyas variables están restringidas por ecuaciones e inecuaciones lineales, es decir que las variables del problema solo se multiplican por un número real. Este problema corresponde a la optimización de los beneficios del líder, teniendo en cuenta que sus posibles proveedores y clientes buscan el mismo resultado: el máximo beneficio posible. Para resolverlo se ha creado un programa en lenguaje Matlab que emplea uno de sus programas ya creados, un “solver” lineal (linprog).

Para poder resolver el problema es necesaria una pequeña reinterpretación de las teorías que hay que aplicar, para poder hacer frente a los distintos obstáculos que surgen cuando se añaden complicaciones que adaptan mejor el problema a la realidad. Alguno de estos obstáculos podría ser la interacción entre el centro de reciclaje y los demás jugadores o el mercado exterior del que disponen clientes y proveedores y que compite con el líder.

## 4. Cadenas de suministro y closed-loops

### Cadena de suministro

Una cadena de suministro está formada por todos aquellos procesos y entidades involucrados de manera directa o indirecta en una transacción comercial. La cadena de suministro puede incluir a los proveedores, los fabricantes, los canales de distribución, los almacenes y los clientes.

El término “cadena de suministro”, también conocido como “cadena de abasto”, entró al dominio público en 1982 en una entrevista para el Financial Times. El hombre entrevistado en el artículo era Keith Olliver, un famoso y destacado consultor en Booz Allen Hamilton, una de las empresas más antiguas de su sector en el mundo, fundada en 1914. A finales de la década de los 50, la revista Time calificó a la empresa como “la más grande y prestigiosa firma de consultoría del mundo”. Su negocio principal gira en torno a la prestación de servicios de consultoría, gestión, tecnología y seguridad, servicios que presta sobre todo a agencias gubernamentales civiles como contratista del gobierno<sup>4</sup> y a agencias de defensa e inteligencia como contratista de defensa

El término necesitó un tiempo para afianzarse y quedarse en el léxico de negocios, pero a mediados de los 1990's empezaron a aparecer una gran cantidad de publicaciones sobre el tema y se convirtió en un término regular en los nombres de los puestos de algunos funcionarios.

David Blanchard, reputado parlamentario de la asamblea estatal de Wisconsin (WSA) y autor del libro “Supply Chain Management Best Practices” define a la cadena de suministro como: “La secuencia de eventos que cubren el ciclo de vida entero de un producto o servicio desde que es concebido hasta que es consumido”<sup>3</sup>.

La "Cadena de Suministro" no está limitada a empresas manufactureras, sino que se ha ampliado para incluir tanto "productos tangibles" como "servicios intangibles" que llegan al consumidor y que requieren a su vez insumos de productos y servicios

Una SC es dinámica e implica un flujo constante de información, productos y fondos que conecta las diferentes etapas o sus distintos miembros. También hay que añadir que el cliente es parte primordial de las cadenas de suministro y el propósito fundamental de estas es satisfacer sus necesidades.

---

<sup>3</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/David\\_Blanchard](https://en.wikipedia.org/wiki/David_Blanchard)

Por último, es necesario especificar que no es necesario que cada una de las etapas o cada uno de los miembros o entidades esté presente en la cadena de suministro.

### Closed-loop

El incremento de población y su impacto en el medio ambiente está aumentando el número de leyes medioambientales y su dureza, con el fin de minimizarlo. La legislación europea promueve cada vez más reducir el consumo innecesario de recurso, y aumentar el uso de materiales reciclados, energías renovables y métodos de eliminación de residuos respetuosos con el medio ambiente. Paralelo al aumento de leyes ambientales, existe un incremento en el interés de los empresarios por los métodos de reciclaje, que ven en ellos una fuente de ingresos o lo que es lo mismo, un sistema para reducir costes. Por este motivo, se está investigando, cada vez más, en reconvertir y estudiar las SC con flujos inversos o sistemas de reciclaje.

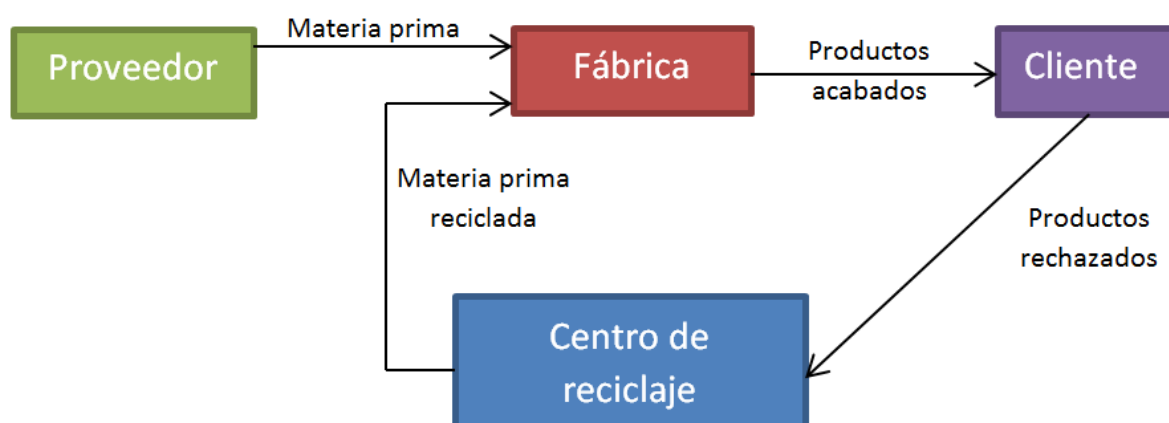


Ilustración 1. Esquema de la SC

## 5. Teorías y métodos aplicados

Frecuentemente, los empresarios deben decidir sobre cuestiones tales como: cuánto producir, cuánto almacenar, qué productos se deben potenciar, a qué precio hay que venderlos y cuánto hay que pagar por la MP. Existe una larga literatura sobre la modelación y optimización de SC, pero en la mayoría de estos artículos se las estudian desde un punto de vista centralista y cooperativista.

En este proyecto se explica el modo de resolver un problema de optimización de SC no cooperativo con flujo de materia inverso (sistema de reciclaje) y un grupo de empresas exteriores que compiten con la empresa líder, y se emplean distintas teorías con el fin de salvar estas complicaciones.

### 5.1. Teoría de juego de Stakelberg

Una de las herramientas principales para modelar el problema de optimización es la teoría de juego de Stakelberg. Esta teoría fue desarrollada por el economista alemán Henrich Freiherr von Stakelberg en el ejercicio de su profesión y describe el comportamiento de dos personas o entes que interactúan entre si y a los que llama jugadores. Concretamente describe la actitud y las aptitudes del personaje que encarna el papel del líder y el del jugador que lo sigue.

Según Stakelberg, el líder es capaz de actuar en primer lugar y es completamente consciente de que el seguidor tiene en cuenta sus movimientos y decisiones, y sabe cómo reaccionará a sus actos. Por otro lado el seguidor reacciona de forma racional a las decisiones del líder, lo que dota a éste de cierta ventaja para poder obtener un mejor beneficio de la transacción. De todos modos el líder debe mantener ciertos incentivos para el seguidor o éste rehusará participar en la transacción.

Este es el modelo matemático generado a partir de la teoría de juego de Stakelberg con un líder y varios seguidores:

$$\max_{x \in X} F(x, y) \quad [1]$$

$$\text{restricciones } G_i(x, y) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \quad [2]$$

$$H_j(x, y) = 0, \quad j = 1, \dots, r \quad [3]$$

$$\text{donde la variable } y \text{ resuelve } \max_{y^\vartheta \in Y_\vartheta} f(x, y^\vartheta, y^{-\vartheta}), \quad \forall \vartheta \quad [4]$$

$$\text{restric. } g_k(x, y^\vartheta, y^{-\vartheta}) \leq 0, \quad \forall \vartheta, \quad k = 1, \dots, n \quad [5]$$

$$h_l(x, y^\vartheta, y^{-\vartheta}) = 0, \quad \forall \vartheta, \quad l = 1, \dots, s \quad [6]$$

En este modelo, “F” es la función objetivo del líder y contiene el beneficio de todas sus empresas en una única ecuación. En este caso “X” es todo el conjunto de posibles decisiones que puede tomar el líder, tales como la cantidad de stock, la producción o los productos a fabricar. La variable “x” es la decisión que maximiza los beneficios del líder. La función objetivo “F” se ve afectada por las decisiones de los seguidores (en el modelo “y”) aunque son las decisiones del líder las que maximizan la función.

Como se ha visto anteriormente, el modelo está formado por varias funciones objetivo. El primer bloque de ecuaciones, [1], [2] y [3], regula y optimiza el beneficio del líder. Las ecuaciones [4], [5] y [6] optimizan el beneficio individual de cada seguidor. En este caso existen tantas funciones objetivo como seguidores hay, y cada uno tiene su propio set de posibles decisiones, representado por  $Y_{\theta}$ . Cada seguidor toma decisiones con el fin de maximizar su beneficio, aunque éste se ve afectado por las decisiones del resto de competidores, en este caso  $y^{-\theta}$ .

### Ejemplo ilustrativo

En este ejemplo, el líder desea comprar la materia prima necesaria para producir un mes entero. Para conseguirlo necesita 4 unidades de MP por lo que entabla unas negociaciones con sus posibles proveedores. Éstos tienen las siguientes características:

Tabla 1. Datos iniciales del ejemplo ilustrativo

	Costes y límites de producción	
	Producción máxima	Costes prod. (€/un)
Prov. 1	2	4
Prov. 2	2	3

Para resolver este pequeño problema es necesario saber cuántas unidades de MP va a poder comprar el líder y a qué precio debería comprar. Como se puede ver, si el líder necesitara 4 unidades de MP, sus proveedores estarían en disposición de vendérselas. Según la teoría de juego de Stakelberg, los proveedores desearían obtener el máximo beneficio, por lo que pedirían cobrar el máximo posible por estos materiales. Sin embargo esta teoría también nos dice que el líder tiene una cierta ventaja económica, en la medida en que puede inclinar la balanza de las negociaciones en su favor, siempre que los proveedores saquen provecho de las transacciones (o como mínimo no pierdan dinero). Como el precio de la MP que el líder piensa pagar es el mismo para ambos proveedores, el valor de éste que optimiza la cadena de suministro sería 4€/un. Este precio cumpliría las condiciones de equilibrio de Nash porque los proveedores no pueden conseguir aumentarlo por las ventajas económicas del líder y no ganan nada bajándolo para intentar desbancar al otro proveedor ya que tienen toda su producción vendida.

## 5.2. Teoría de equilibrio generalizado de Nash

Las teorías del equilibrio de Nash, la de equilibrio normalizado y la de equilibrio generalizado, fueron desarrolladas por el matemático John Forbes Nash, Jr. En el contexto de las teorías de juego, el equilibrio de Nash es la solución de un problema de negociación no cooperativa que incluye dos o más jugadores. Cada jugador conoce el límite de las decisiones de los demás y una vez alcanzado el equilibrio, ningún jugador tiene nada que ganar cambiando él solo sus decisiones. La teoría de equilibrio de Nash nos permite predecir qué ocurre cuando varios jugadores están tomando decisiones al mismo tiempo y los efectos de éstas dependen de las decisiones que tomen los demás.

En un problema de equilibrio normalizado de Nash el conjunto de decisiones de cada jugador es independiente de las decisiones de los otros jugadores, sin embargo, en algunos casos éstas pueden llegar a estar restringidas por las decisiones de los demás jugadores y ello lo convierte en un problema de equilibrio generalizado de Nash. Es decir que en el equilibrio normalizado de Nash un jugador puede tomar todas las decisiones posibles pero en uno generalizado algunas de estas decisiones pueden no ser viables a causa de la decisión tomada por otro jugador. Un ejemplo de este tipo de problema es la competencia de dos jugadores por la misma mercancía indivisible y limitada, porque si uno de los dos decide comprarla, restringiría la opción de compra del otro jugador. Sin embargo si no existiera límite en la adquisición de esta mercancía, ambos jugadores tendrían la posibilidad de decidir comprarla, lo que lo devolvería a un problema de equilibrio normalizado de Nash.

### Ejemplo ilustrativo

Si en el ejemplo anterior, el líder no necesita 4 unidades de MP sino 3, la teoría de juego no es capaz de predecir que proveedor venderá 2 unidades y cual venderá solo una. Lógicamente el precio de equilibrio sigue siendo 4€/un, pero es necesario predecir cuánto producirá cada proveedor.

Aplicando la teoría de equilibrio generalizado de Nash, podemos predecir que el Proveedor 1 solo venderá 1 unidad de MP. El motivo es que según Nash se alcanza el equilibrio y por tanto la solución al problema cuando los jugadores no obtienen mayores beneficios cambiando ellos solos sus decisiones. Esta solución se demuestra porque el Proveedor 1 no obtendrá mayores beneficios si sube el precio de venta porque el líder no lo permite. Tampoco puede bajar el precio, porque perdería dinero. Por último, si consiguiera vender dos unidades tampoco le serviría de nada porque con el precio actual su beneficio por unidad es nulo.

### 5.3. Métodos empleados

Como se ha dicho anteriormente, el problema que se trata en este proyecto es la optimización de una SC no cooperativa y por tanto con múltiples funciones objetivo. Esto significa que cada jugador intenta conseguir su propio beneficio, por lo que el precio de transferencia de los productos estudiados es siempre motivo de conflicto entre ellos. Éste es el primer obstáculo para resolver el problema. El modo de sortearlo es trocear el problema en muchos otros más simples y convertir la variable “precio” en una constante que varía en cada uno de ellos. De este modo, también evitamos la problemática que conllevan dos variables multiplicadas entre sí: el precio y la cantidad de producto transferido. En resumen, no se resuelve un único problema, sino muchos más donde el precio ya no es una variable pero cambia de valor con cada problema, consiguiendo así un barrido de precios donde el programa puede elegir cuáles favorecen o maximizan los beneficios del líder.

Para acelerar la resolución se reduce el número de problemas a procesar probando precios de compra a proveedores y de venta a clientes que contengan siempre un precio de compra equivalente al precio de coste de uno de los proveedores y un precio de venta equivalente al precio de venta de uno de los clientes. Con estos precios probados, al menos uno de los proveedores y uno de los clientes ni ganan ni pierden dinero en caso de comerciar con el líder, y cualquier precio intermedio dará un beneficio menor para el líder. A ese cliente o proveedor no le importará comerciar con el líder, siempre y cuando no tenga una oferta mejor para esos productos. A esta selección de precios hay que añadir los precios del mercado exterior pues se debe contemplar la posibilidad de que el líder necesite comprar o vender más productos y por tanto deberá igualar la oferta de sus competidores externos. Esta complejidad añadida, que acerca aún más el problema a la realidad, se puede asumir porque estos precios también cumplen las propiedades descritas en la teoría de equilibrio generalizado de Nash.

Otra dificultad que se presenta es la más obvia: cómo resolver la maximización simultánea de varias funciones. La respuesta es que se puede obtener el mismo resultado si se realiza la maximización de los beneficios de cada jugador por separado y se restringen las variables de transferencia en cada iteración. De este modo los clientes exponen sus demandas a los centro de distribución para que las fabricas puedan actuar en consecuencia y éstas pueden hacer lo mismo con los proveedores. El programa realiza varias iteraciones hasta que ofertas y demandas coinciden. Este sistema plantea la cuestión de en qué orden se deben resolver los problemas de los jugadores. En primer lugar se establece la demanda del líder, quien a su vez transmite su demanda de MP a los proveedores.

Este modo de proceder también soluciona el problema del mercado exterior que compite con el líder. Esto se debe a que para cada precio prefijado el programa podrá predecir si clientes y proveedores están dispuestos a comerciar con el líder, o por el contrario rehúsan participar en las negociaciones, ya que perderían dinero en dichas operaciones.



El tercer problema está relacionado con la teoría de juego de Stakelberg. Esta teoría nos permite resolver la interacción entre dos negociadores, donde uno encarna el papel de líder y el otro el de seguidor. El problema aparece en el tipo de relación que tienen cliente y centro de reciclaje, ya que Stakelberg sólo contempló interacciones entre un líder y un seguidor, y para él, en este caso ambos son seguidores. La solución es reinterpretar dicha teoría para que el papel que encarna cada jugador dependa de con quien esté negociando. De este modo el centro de reciclaje se comporta como un seguidor con el líder y como un líder cuando trata con los clientes.

El cuarto y último problema es resolver la competencia entre seguidores. El modo de hacerlo es distinto si los seguidores son proveedores o clientes, a causa de los costes de transporte. La diferencia radica, en este caso, en quién asume los costes de transporte del producto que se transfiere. Es decir, que si sólo existe un único precio para un determinado producto que distribuye el líder y estos costes los asume este mismo, al cliente que los recibe no le importa (económicamente) desde de qué centro sale su MP. Sin embargo los centros de distribución intentarían vender sus productos lo más cerca posible para reducir el máximo posible los costes de transporte. Lo mismo ocurre en el caso del líder y los proveedores (incluido los centros de reciclaje), si para cada fábrica hay un único precio de compra de un determinado tipo de MP, independientemente de que proveedor haya salido. Por lo tanto su procedencia no tiene importancia, desde el punto de vista de la fábrica. Sin embargo el proveedor no solo está interesado en vender sus productos lo más cerca posible de su local sino que también desea elegir la fábrica que tenga un mayor precio de adquisición de MP.

Para solucionar la competencia entre clientes, el programa proporciona la optimización de todos ellos a la vez, sin tener en cuenta ni las limitaciones de las fábricas ni la demanda del resto de clientes. A continuación se resuelve la planificación del líder teniendo en cuenta esta demanda ya calculada. De este modo el líder podrá elegir a qué clientes satisfacer, qué clientes son preferibles y cuáles son menos rentables.

De igual modo, el programa permite resolver los problemas de competencia entre proveedores simultáneamente, siempre que se haya establecido la demanda de todas las fábricas. Así se logra alcanzar el equilibrio de Nash, donde ninguno de éstos consigue aumentar sus beneficios si intenta bajar el precio de sus productos para conseguir mayores ventas (para desbancar a los otros proveedores).

La última interacción es la más simple de resolver y es entre clientes y centros de reciclaje. Los clientes solo deben ver qué opción es más rentable, reciclar los residuos o llevarlos al vertedero, y para saberlo solo deben comparar dos costes fijos. De este modo los clientes ofrecen una cantidad de residuos y el centro de reciclaje decide cuánto aceptar de cada uno de ellos.

Finalmente, el programa obtiene la solución para cada combinación de valores del barrido y es necesario saber elegir la solución óptima. Se debe escoger el grupo de precios que proporcionan un mayor beneficio tanto para el líder como para el centro de reciclaje. Si se escogen los valores

que únicamente maximizan el beneficio del líder, es posible que exista otro precio de mercancía rechazada, con los mismos precios de materia prima y producto acabado del líder, que maximizan el beneficio de la empresa de reciclaje. Por este motivo el precio que se prevé que tendrán el producto rechazado no es correcto, porque no depende de la voluntad del líder.

En el caso de que el mercado exterior de los clientes no sea ilimitado, hay que tener en cuenta que algunos valores del barrido dependerán del precio de la materia rechazada. Por esto motivo algunos precios de los productos acabados no han de combinarse con todos los posibles valores del producto rechazado. Es decir que si un determinado valor de producto rechazado junto con un valor de producto acabado hacen que el beneficio de un cliente sea cero, no es necesario buscar la solución al problema con ese precio de producto acabado y un valor distinto al anterior de mercancía rechazada. Esa combinación descarta el precio de materia acabada como posible candidato. En otras palabras, ese valor de precio solo es candidato si se resuelve el problema con el valor de materia rechazada con el que se ha generado ese precio.

En resumen:

- Se realiza un barrido de valores de las variables que representan el precio de transferencia de los productos, transformando un único problema en otros muchos.
- Los valores del barrido son únicamente los candidatos a cumplir las propiedades de la teoría de equilibrio de Nash.
- Se modifica la misma teoría para resolver los problemas de los distintos tipos de jugadores por separado en vez de resolverlo simultáneamente.
- Se empieza resolviendo la venta de productos del líder a sus clientes y después las compras de MP a proveedores y centros de reciclaje.
- Resolver los problemas de cada jugador por separado también resuelve la competencia del líder con el mercado exterior.
- Se modifica la teoría de juego de Stakelberg para que los papeles de líder o seguidor que encarnan cada jugador dependan de con qué otro jugador esté negociando.
- El modo de aplicar la teoría de equilibrio de Nash y de resolver la competencia entre seguidores permite resolver los problemas de los seguidores de un mismo tipo a la vez.
- Los centros de reciclaje actúan como proveedores y por tanto se puede resolver su planificación con el resto.
- Los problemas de los proveedores se resuelven (incluidos los de los centros de reciclaje) cuando se ha limitado la demanda de materias primas del líder.

- Es necesario que los precios que son solución maximicen los beneficios tanto del líder como del centro de reciclaje.

## 6. Problema de optimización

### 6.1. Planteamiento del problema

El problema a resolver sería la optimización de una cadena de suministro formada por dos fábricas de latas de aluminio, propiedad de la misma empresa. Cada una de ellas está situada en una ciudad distinta de, en este caso, Alemania. Dicha empresa dispone de una red de cuatro potenciales clientes, es decir, cuatro empresas distintas dispuestas a comprar sus productos. Cada cliente está asentado en una ciudad distinta de este mismo país.

El líder, poseedor de las fábricas de aluminio, también es propietaria de dos almacenes o centros de distribución situados en ciudades distintas a las de las fábricas. Estos almacenes distribuyen las latas a los posibles clientes que desean comprarlas.

Estas fábricas tienen a su disposición una red de dos posibles proveedores dispuestos a venderles MP siempre que el precio sea razonable y no tengan una oferta mejor por sus productos.

Tabla 2. Dimensiones del problema de ejemplo

DATOS GENERALES	
N. de fábricas (f)	2
N. de proveedores (s)	2
N. de almacenes (w)	2
N. de clientes (c)	4
N. de centros de reciclaje (k)	2
Cantidad de núcleos urbanos	7
Tipos de materias primas (q)	2
Tipos de productos (m)	2
Tiempo del estudio	6

Las fábricas deben adquirir dos tipos de aleaciones de aluminio distintas, aunque la fabricación de los distintos tipos de lata requiere combinar estas aleaciones entre sí. Es decir que todos los tipos de latas contienen algún otro componente a parte del aluminio, aunque las aleaciones que se comercializan no son las que más convienen a los fabricantes de latas. Por este motivo en las fábricas se reciben distintos tipos aleaciones y se mezclan en las proporciones adecuadas.

Tabla 3. Los distintos tipos de aluminio que se adquieren

Tipos de aluminio	%Al	%Mn
1100	100	0
3003	98,5	1,5

Tabla 4. Mezclas de aleaciones que se utilizan para crear los distintos tipos de latas

MEZCLAS DE ALEACIONES		
Tipo de aluminio	Lata tipo Al	Lata tipo Al-Mn
1100	80,00%	50,00%
3003	20,00%	50,00%

Los clientes del líder son envasadoras de refrescos afrutados, refrescos con gas o cervezas. En cualquiera de estos casos, el proceso que siguen los clientes para envasar los refrescos tendrá defectos de producción, accidentes o sencillamente que la sustancia contenida caduca. En estos casos, el cliente no podrá vender estos productos y tiene la opción de pagar a la administración para la eliminación de las latas y su contenido o pagar a una empresa de reciclaje para que reconvierta los envases en materia prima para la empresa de latas. Esta empresa de reciclaje dispone de dos fábricas situadas en distintas localidades de Alemania.

Cada proveedor dispone de su propia cartera de fieles clientes dispuestos a comprar sus productos todos los meses por un precio y una cantidad ya establecidos. Esta cartera de clientes se le llama mercado exterior y compite directamente con las fábricas del GE. Esto significa que si la fábrica no ofrece un precio igual o mejor que el del mercado exterior quizás no consiga toda la MP que pudiera necesitar.

En el caso de los clientes se aplica la misma idea. De este modo ningún cliente se quedara sin MP si la fábrica no pudiera asistir sus necesidades.



Ilustración 2. Mapa de la situación de los jugadores

Respecto a los precios que el programa debe establecer, existe un único precio de venta para cada tipo de lata, independientemente del centro logístico del que salga. Del mismo modo, existe un único precio para las latas rechazadas y éste depende directamente de la competencia que ofrezca el servicio público de eliminación de residuos. Sin embargo, cada fábrica tiene derecho a tratar de conseguir el mejor precio de sus MP y por tanto este valor no tiene por qué coincidir con el de otras fábricas. En otras palabras: existe un precio distinto para cada tipo de aleación y para cada fábrica.

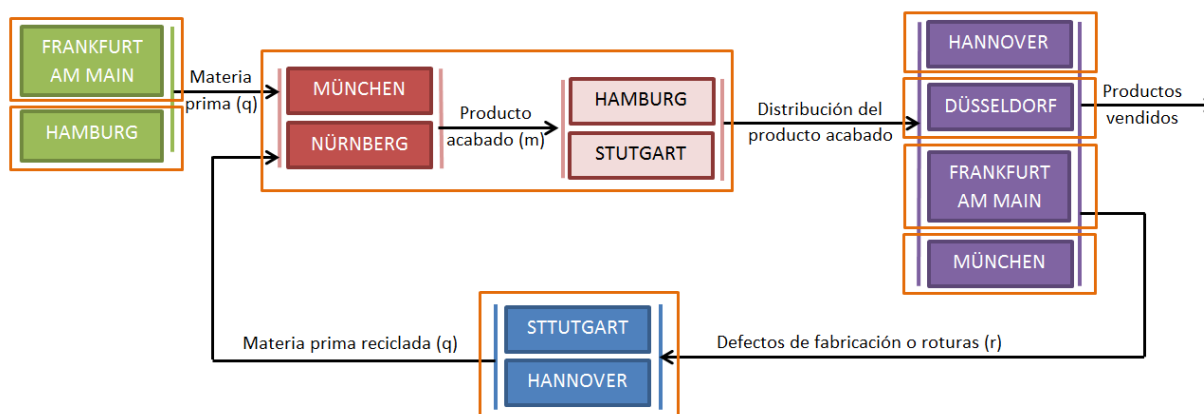


Ilustración 3. Esquema de la cadena de suministro y los centros de decisión

Por último, los costes de transporte son absorbidos por el jugador que envía el producto. Es decir, que el proveedor transporta las aleaciones hasta las fábricas y los almacenes distribuyen las latas hasta los clientes que lo requieran. De este modo quien vende el producto que se transporta es quien asume este coste y por tanto tendrá menor beneficio cuanto más lejos venda. No obstante, el centro de reciclaje es la excepción a esta regla, ya que realiza el transporte tanto de aleaciones como de latas inservibles.

## 6.2. Formulación del problema

En esta sección se detalla el problema de optimización con múltiples objetivos para una SC no cooperativa con reciclaje sobre la producción de latas para refrescos o cervezas.

### 6.2.1. Subíndices

A continuación se presenta una lista del significado de los subíndices que pueden contener las variables i constantes que conforman el modelo del problema en cuestión.

- f            Fábricas de latas.
- s            Proveedores de aleaciones.
- w            Almacenes distribuidores de latas.

$c$	Empresas envasadoras.
$k$	Centros de reciclaje de latas de aluminio.
$q$	Tipo de aleación de aluminio.
$m$	Tipo de lata que puede producir la fábrica (se diferencian en el tipo de aleación de aluminio).

### 6.2.2. Variables

En este apartado se describen todas las variables del modelo, a excepción de los precios, que transcurren en un pequeño periodo de tiempo, es decir en un tiempo  $t$ , que en este caso es un mes.

$PQ_{f,q}$	Precio de las materias primas para cada fábrica.
$PM_m$	Precio al que se venden las latas a las envasadoras.
$PR$	Precio que pagan las envasadoras para que se reciclen las latas rechazadas.
$XSF_{f,s,q}$	Cantidad de aleación $q$ que la fábrica $f$ compra al proveedor $s$ .
$XFW_{f,w,m}$	Cantidad de latas $m$ que la fábrica $f$ envía al almacén $w$ .
$XWC_{w,c,m}$	Cantidad de latas $m$ que la envasadora $c$ compra al almacén $w$ .
$XCD_c$	Cantidad de latas rechazadas (suma total) que la envasadora $c$ envía al vertedero.
$XCK_{c,k}$	Cantidad de latas rechazadas (suma total) que la envasadora $c$ envía al centro de reciclaje $k$ .
$XKF_{f,k,q}$	Cantidad de aleación $q$ que la fábrica $f$ compra al centro de reciclaje $k$ .
$XSM_{s,q}$	Cantidad de aleación $q$ que el proveedor $s$ vende a su mercado exterior.
$XCM_{c,m}$	Cantidad de latas $m$ que la envasadora $c$ compra a su mercado exterior.
$XTF_{f,q}$	Cantidad total de la aleación $q$ que la fábrica $f$ compra a los proveedores y a la empresa de reciclaje.
$XFN_{f,q,m}$	Cantidad de aleación $q$ que se consume en la fábrica $f$ para la lata $m$ .

$XFP_{f,m}$	Cantidad de latas m que se producen en la fábrica f.
$XSP_{s,q}$	Cantidad de aleación q que se produce en el proveedor s.
$XTC_{c,m}$	Cantidad total de latas m que la envasadora c compra al fabricante de lata.
$XCP_{c,m}$	Cantidad de latas m que la envasadora c usa para envasar refrescos y cervezas.
$XTR_c$	Cantidad total de latas rechazadas de la envasadora c paga para que se reciclen.
$XKN_k$	Cantidad de latas rechazadas (suma total) que consume el centro de reciclaje k.
$XKP_{k,q}$	Cantidad de aleación q que se produce en el centro de reciclaje k.
$SF_{f,q}$	Cantidad de aleación q que se almacena en la fábrica f.
$SW_{w,m}$	Cantidad de latas m que se almacenan en el almacén w.
$SS_{s,q}$	Cantidad de aleación q que se almacena en el proveedor s.
$SC_{c,m}$	Cantidad de aleación q que se almacena en el proveedor s.
$SK_{k,q}$	Cantidad de aleación q que se almacena en el centro de reciclaje k.
$SKR_k$	Cantidad de latas rechazadas (suma total) que se almacenan en el centro de reciclaje k.

### 6.2.3. Objetivo y restricciones de fábricas y almacenes

El objetivo del fabricante de latas es maximizar sus beneficios anuales de todas sus fábricas y almacenes de distribución. Cada fábrica tiene la opción de comprar su materia prima a diversos proveedores entre los que se encuentra la empresa de reciclaje. Una vez fabricadas las latas, la fábrica emplea un sistema de transporte interno que le permite enviarlos a cualquier distribuidor que los necesite. Las fábricas carecen de un espacio para almacenar sus productos terminados, por lo que son enviados inmediatamente a uno de los almacenes de distribución. En resumen, la fábrica solo tiene stock de materias primas (q), y el almacén solo lo tiene de productos acabados (m).

#### Beneficio

A continuación se detallan los distintos costes y cobros que afectan a todas las fábricas y almacenes del fabricante de latas.

$$\max Ben = VENT - COMP - PROD - TRANINT - TRANSCL - STFAB - STALM \quad [7]$$



Cobros por la venta de latas a las envasadoras. El precio de estas latas solo depende del tipo de aleación de aluminio que se haya usado, no del almacén que lo distribuye.

$$VENT = \sum_w \sum_m [PM_m \cdot \sum_c XWC_{w,c,m}] \quad [8]$$

Pago a los proveedores por la adquisición de materias primas (q).

$$COMP = \sum_f \sum_q [PQ_{f,q} \cdot XTF_{f,q}] \quad [9]$$

Coste de producción de las latas. El coste de elaborar uno de estos envases puede variar según el tipo de aleación y la fábrica donde se ha producido. También existen costes, ajenos a los de stock, relacionados con la estancia de las latas en los almacenes, puesto que el simple hecho de mover los productos por el almacén requiere de personal técnico y administrativo, luz, mantenimiento y amortización de maquinaria, etc.

$$PROD = \sum_f \sum_m [cpf_{f,m} \cdot \sum_w XFW_{f,w,m}] + \sum_w \sum_m [cpw_{w,m} \cdot \sum_c XWC_{w,c,m}] \quad [10]$$

Coste del transporte interno del fabricante de latas. Dado que las fabricas carecen de un sistema de stock de latas, estos han de ser enviados a un almacén en el mismo periodo de tiempo en que han sido elaborados.

$$TRANINT = \sum_f \sum_w \sum_m [(ctif_m + DS_{f,w} \cdot ctiv_m) \cdot XFW_{f,w,m}] \quad [11]$$

Coste del transporte de latas a las envasadoras. En este ejemplo los almacenes emplean su propia red de transporte para distribuir sus productos.

$$TRANSCL = \sum_w \sum_c \sum_m [(ctcf_m + DS_{w,c} \cdot ctcv_m) \cdot XWC_{w,c,m}] \quad [12]$$

Coste del stock de materias primas de las fábricas. Dado que un producto u otro pueden requerir de distintas medidas o cuidados, el coste de stock de un producto puede variar según el tipo que sea.

$$STFAB = \sum_f \sum_q [csf_q \cdot SF_{f,q}] \quad [13]$$

Coste del stock de latas de los almacenes de distribución. Igual que en el caso de las fábricas el coste del stock de latas puede variar según la dificultad que exista para almacenarlo.

$$STALM = \sum_w \sum_m [csw_m \cdot SW_{w,m}] \quad [14]$$

### Balances de materia de la fábrica

Para poder producir un tipo de lata m puede ser necesario mezclar distintos tipos de aleaciones q. Lógicamente, el proceso de conversión de metal a latas se rige por una eficiencia que varía dependiendo de la fábrica donde se lleve a cabo dicho proceso. Por lo tanto, a partir de la cantidad producida de un tipo de lata m se puede conocer la cantidad total necesaria de metal y la cantidad de cada aleación q que se requiere.

$$SF_{f,q}^{(t-1)} + XTF_{f,q} - SF_{f,q}^{(t)} - \sum_m XFN_{f,q,m} = 0 \quad \forall f, \forall q \quad [15]$$

$$XFP_{f,m} - \alpha_m \cdot efp_{f,m} \cdot \frac{\sum_q bsf_{q,m}}{bsf_{q,m}} \cdot XFN_{f,q,m} = 0 \quad \forall f, \forall m, \forall q \quad [16]$$

$$XFP_{f,m} - \sum_w XFW_{f,w,m} = 0 \quad \forall f, \forall m \quad [17]$$

### Balances de materia del almacén

Como ya hemos dicho, en el almacén de distribución se reciben latas desde las fábricas, se almacenan y se venden a las posibles envasadoras que lo requieran.

$$SW_{w,m}^{(t-1)} + \sum_f XFW_{f,w,m} - SW_{w,m}^{(t)} - \sum_c XWC_{w,c,m} = 0 \quad \forall w, \forall m \quad [18]$$

$$XTC_{c,m} - \sum_w XWC_{w,c,m} = 0 \quad \forall c, \forall m \quad [19]$$

### Limites superior e inferior de producción

Todo proceso de producción tiene un límite en la cantidad máxima de productos que puede fabricar y en algunas ocasiones también tiene un mínimo de producción por debajo del cual el proceso ya no es eficaz o realizable, como en este caso.

$$XFP_{f,m} - PUFL_{f,m} \leq 0 \quad \forall f \quad [20]$$

$$PLFL_{f,m} - XFP_{f,m} \leq 0 \quad \forall f \quad [21]$$

### Limitación del volumen de stock

Todo espacio es limitado y por ello es necesario representarlo en el modelo.

$$\sum_q SF_{f,q} - SLF_f \leq 0 \quad \forall f \quad [22]$$

$$\sum_m SW_{w,m} - SLW_w \leq 0 \quad \forall w \quad [23]$$

### Restricción positiva de las variables

Ninguna de las variables involucradas en el problema de optimización de la empresa productora de latas puede ser negativa.

$$PQ_q, PM_m, XTF_{f,q}, XFW_{f,w,m}, XWC_{w,c,m}, XFN_{f,q,m}, XFP_{f,m}, SF_{f,q}, SW_{w,m} \geq 0 \quad [24]$$

### Detalle de las constantes

$cpf_{f,m}$	Coste de producir el tipo de lata m en la fábrica f.
$cpw_{w,m}$	Coste de distribuir el tipo de lata m en la fábrica f.
$ctif_m$	Coste fijo de transportar un tipo de latas m de una fábrica a un almacén (independientemente de la distancia).
$DS_{f,w}$	Distancia entre la fábrica f y el almacén w.

$ctiv_m$	Coste variable de transportar un tipo de latas $m$ de una fábrica a un almacén.
$ctcf_m$	Coste fijo de transportar un tipo de latas $m$ de un almacén a una envasadora (independientemente de la distancia).
$DS_{w,c}$	Distancia entre el almacén $w$ y la envasadora.
$ctcv_m$	Coste variable de transportar un tipo de latas $m$ de un almacén a una envasadora.
$csf_q$	Coste del stock de la aleación $q$ en una fábrica.
$csw_m$	Coste del stock de un tipo de latas $m$ en un almacén.
$\alpha_m$	Factor de conversión entre número de latas y su peso en metal.
$efp_{f,m}$	Eficiencia del proceso de elaboración de un tipo de latas $m$ en la fábrica $f$ .
$bsf_{q,m}$	Cantidad relativa de aleación $q$ para elaborar $m$ .
$PUFL_{f,m}$	Límite superior de producción del tipo de lata $m$ en la fábrica $f$ .
$PLFL_{f,m}$	Límite inferior de producción del tipo de lata $m$ en la fábrica $f$ .
$SLF_f$	Cantidad máxima de aleación $q$ que es capaz de almacenar la fábrica $f$ .
$SLW_w$	Cantidad máxima de latas que es capaz de almacenar el almacén $w$ .

#### 6.2.4. Objetivo y restricciones de los clientes

Las envasadoras son los clientes de la empresa fabricante de latas y los problemas de optimización de estas son algo distintitos a los de los proveedores. En primer lugar, una porción de los refrescos y cervezas que enlatan es desechada a causa de errores de producción, accidentes o defectos que se producen durante el transporte de estos. Cada envasadora tendrá la opción de pagar para que se lleven las latas rechazadas a un vertedero o que se los lleve una empresa de reciclaje. En este caso las envasadoras no disponen de ningún tipo de transporte propio ni para las latas vacías ni para las rechazadas. Lógicamente, esto puede llegar a afectar al precio que paga por ambos.

Beneficio

$$\max Ben = VENTML - COMFAB - COMME - CENV - RECICL - VERT - STCL \quad \forall c \quad [25]$$

Cobros por la venta de refrescos en el mercado local. El precio de cada bebida puede ser distinto en cada envasadora porque se considera que pueden estar en diferentes ciudades o lugares de una región, como es el caso.

$$VENTML = \sum_m [LP_{c,m} \cdot (1 - prc_c) \cdot XCP_{c,m}] \quad [26]$$

Pago a la empresa fabricante de latas por la adquisición de los envases.

$$COMFAB = \sum_m [PM_m \cdot XTC_{c,m}] \quad [27]$$

Pago por la adquisición de latas al mercado exterior.

$$COMME = \sum_m [PMM_{c,m} \cdot XCM_{c,m}] \quad [28]$$

Coste de envasar refrescos. Como es lógico mantener la envasadora en funcionamiento tiene un coste.

$$CENV = \sum_m [cpc_{c,m} \cdot XCP_{c,m}] \quad [29]$$

Coste del servicio de destrucción de residuos. Las envasadoras tienen la opción de desechar las latas que ya no puedan usar. También se incluye el coste del transporte hasta el vertedero. Algunas envasadoras tienen un mejor trato con la compañía de gestión de residuos por el que cobran en vez de pagar por las latas que ya no pueden usar.

$$VERT = cdp_c \cdot XCD_c \quad [30]$$

Pago a la empresa de reciclaje para que procese las latas inservibles.

$$RECICL = PR \cdot XTR_c \quad [31]$$

Coste del stock de latas. Las envasadoras son capaces de almacenar una cierta cantidad de latas, sin embargo, los refrescos se envían inmediatamente después de su elaboración.

$$STCL = \sum_m [csc_m \cdot SC_{c,m}] \quad [32]$$

Balances de materia de los clientes

En este ejemplo no se distinguen diferentes tipos de latas rechazadas. Es decir, que las latas rechazadas de una envasadora, no son diferentes de los envases de otra envasadora. Por lo tanto, en el modelo se considera que las latas de los refrescos que se han estropeado son de un único tipo de producto: latas rechazadas. Por lo tanto, todos los envases inservibles contribuyen de igual forma en la generación de estas.

$$SC_{c,m}^{(t-1)} + XTC_{c,m} + XCM_{c,m} - SC_{c,m}^t - XCP_{c,m} = 0 \quad \forall c, \forall m \quad [33]$$

En este caso se considera que la cantidad de latas estropeadas que se pueden llevar tanto el vertedero como un centro de reciclaje provienen de la producción del mes anterior.

$$prc_c \cdot \sum_m XCP_{c,m}^{(t-1)} - XTR_c - XCD_c = 0 \quad \forall c \quad [34]$$

#### Cantidad límite del mercado local

La demanda de refrescos y cervezas de las envasadoras es limitada y varía en función de la envasadora.

$$(1 - prc_c) \cdot XCP_{c,m} - vmd^t \cdot CCML_{c,m} \leq 0 \quad \forall c, m \quad [35]$$

#### Cantidad límite del mercado exterior

De igual forma que los fabricantes de metales, el mercado exterior de las envasadoras es limitado y distinto para cada una de ellas, aunque en este caso este puede llegar a satisfacer por completo las demandas de las envasadoras.

$$XCM_{c,m} - CCME_{c,m} \leq 0 \quad \forall c, \forall m \quad [36]$$

#### Limitación del volumen de stock

Todo espacio es limitado y por ello es necesario representarlo en el modelo.

$$\sum_m SC_{c,m} - SLC_c \leq 0 \quad \forall c \quad [37]$$

#### Restricción positiva de las variables

Ninguna de las variables involucradas en el problema de optimización de las envasadoras puede ser negativa.

$$XTC_{c,m}, XCM_{c,m}, XCP_{c,m}, XCD_c, XTR_c, SC_{c,m} \geq 0 \quad [38]$$

#### Detalle de las constantes

$LP_{c,m}$	Precio fijo al que la envasadora c puede vender las latas m.
$PMM_{c,m}$	Precio fijo al que la envasadora c puede comprar las latas m.
$cpc_{c,m}$	Coste de la envasadora c de vender el fármaco m.
$cdp_c$	Coste de la envasadora c por mandar latas rechazadas al vertedero.
$csc_m$	Coste del stock de latas m en una envasadora.
$prc_c$	Porción de latas que va a usar la envasadora c que se estropearan.
$vmd^t$	Variación mensual de la demanda.
$CCML_{c,m}$	Cantidad máxima de latas m que es capaz de absorber el mercado local de la envasadora c.

$CCME_{c,m}$  Cantidad máxima de latas  $m$  que es capaz de absorber el mercado exterior de la envasadora  $c$ .

$SCL_c$  Cantidad máxima de latas que es capaz de almacenar la envasadora  $c$ .

### 6.2.5. Objetivo y restricciones de los proveedores

A cada proveedor se le atribuye un problema de optimización ya que cada uno de ellos busca su propio beneficio. En este caso, todos ellos tienen la opción de intentar vender sus productos a las fábricas de latas. También pueden recurrir a su propia cartera de clientes, es decir a un mercado exterior ajeno al estudio de esta cadena de suministro. Dicho mercado tiene un precio preestablecido por el que comprar cada producto y una cantidad máxima que aceptarán. Cada proveedor tiene su propio mercado exterior con distintos precios y límites, por lo que no es necesario que compitan entre sí como con la empresa fabricante de latas objeto de este estudio.

#### Beneficio

A continuación se detallan los distintos costes y cobros que afectan a todos los proveedores de los que disponen las fábricas.

$$\max Ben = VENTFAB + VENTME - PROD - TRANFAB - STPROV \quad \forall s \quad [39]$$

Cobros por la venta de aleaciones del aluminio a las fábricas.

$$VENTFAB = \sum_f \sum_q [PQ_{f,q} \cdot XSF_{f,s,q}] \quad [40]$$

Cobros por la venta de aleaciones al mercado exterior.

$$VENTME = \sum_q [PMQ_{s,q} \cdot XSM_{s,q}] \quad [41]$$

Costes de producción de materia prima. En este ejemplo, los proveedores realizan diversos procesos a los metales y minerales para poder convertirlos en aleaciones con sus mejores cualidades y su máxima eficiencia en la industria.

$$PROD = \sum_q [cps_{s,q} \cdot XSP_{s,q}] \quad [42]$$

Coste del transporte de las aleaciones. Cada proveedor emplea una red de transporte propia para trasladar sus mercancías. En este caso no se tiene en cuenta el coste del transporte de los productos destinados al mercado exterior ya que se considera que están incluidos en el precio.

$$TRANFAB = \sum_f \sum_q [(ctsf_q + DS_{f,s} \cdot ctstv_q) \cdot XSF_{f,s,q}] \quad [43]$$

Coste del stock de productos elaborados. En este ejemplo no se considera el stock de la materia prima de los proveedores.

$$STPROV = \sum_q [css_q \cdot SS_{s,q}] \quad [44]$$

### Balances de materia de los proveedores

Como ya hemos dicho, los productos pueden ser vendidos a una fábrica de latas, a uno de los clientes habituales del proveedor o pueden formar parte del stock.

$$SS_{s,q}^{(t-1)} + XSP_{s,q} - SS_{s,q}^{(t)} - \sum_f XSF_{f,s,q} - XSM_{s,q} = 0 \quad \forall s, \forall q \quad [45]$$

Lógicamente, la cantidad de metales y productos químicos que un proveedor puede vender a la empresa fabricante de latas está relacionada con la cantidad de estos productos que el resto de sus competidores tiene intención de vender.

$$XTF_{f,q} - \sum_s XSF_{f,s,q} - \sum_k XKF_{f,k,q} = 0 \quad \forall f, \forall q \quad [46]$$

### Limites superior e inferior de producción

De idéntica forma que las fábricas de latas, la producción de los proveedores está limitada. Dicho límite puede variar según el proveedor.

$$XSP_{s,q} - PUSL_{s,q} \leq 0 \quad \forall s \quad [47]$$

$$PLSL_{s,q} - XSP_{s,q} \leq 0 \quad \forall s \quad [48]$$

### Cantidad límite del mercado exterior

El mercado exterior de los proveedores es limitado y distinto para cada proveedor, ya que representa la cartera de clientes habituales que tiene cada uno. Por ese motivo, la cantidad de metales y productos químicos que los clientes habituales suelen comprar a cada proveedor está acotada y en ningún caso llega a representar la producción máxima a la que pueden funcionar los proveedores.

$$XSM_{s,q} - CSME_{s,q} \leq 0 \quad \forall s, \forall q \quad [49]$$

### Limitación del volumen de stock

Una vez más, es necesario tener en cuenta la limitación de espacio para el stock.

$$\sum_q SS_{s,q} - SLS_s \leq 0 \quad \forall s \quad [50]$$

### Restricción positiva de las variables

Ninguna de las variables involucradas en los problemas de optimización de los fabricantes de aleaciones puede ser negativa.

$$XSF_{f,s,q}, XSM_{s,q}, XSP_{s,q}, SS_{s,q} \geq 0 \quad [51]$$

### Detalle de las constantes

$PMQ_{s,q}$  Precio fijo al que el proveedor  $s$  puede vender a su mercado exterior aleación  $q$ .

$cps_{s,q}$  Coste de producir aleación  $q$  en el proveedor  $s$ .

$ctsf_q$	Coste fijo de transportar aleación q desde un proveedor hasta una fábrica.
$DS_{f,s}$	Distancia entre el proveedor s y la fábrica f.
$ctsv_q$	Coste variable de transportar aleación q desde un proveedor hasta una fábrica.
$css_q$	Coste del stock de aleación q en un proveedor.
$PUSL_s$	Límite superior de producción del proveedor s.
$PLSL_s$	Límite inferior de producción del proveedor s.
$CSME_{s,q}$	Cantidad máxima de aleación q que es capaz de absorber el mercado exterior del proveedor s.
$SLS_f$	Cantidad máxima de metales que es capaz de almacenar el proveedor s.

### 6.2.6. Objetivo y restricciones de los centros de reciclaje

Los centros de reciclaje recogen y reciclan latas de algunas de las envasadoras. Dichas latas han sufrido algún tipo de incidencia y ésta las convierte en no aptas para su uso. Esta empresa realiza varios procesos para conseguir convertir estas latas en materia prima para las fábricas de latas. En este ejemplo, la empresa de reciclaje no goza de una cartera de clientes como la de los proveedores, por lo que deberá ser más competitiva que estos para sobrevivir.

#### Beneficio

$$\max Ben = VENTFAB + VENTCLI - PROD - TRACLI - TRAFAB - STPROD - STREC \quad [52]$$

Cobros por la venta de aleaciones q a las fábricas.

$$VENTFAB = \sum_k \sum_q [PQ_q \cdot \sum_f XKF_{f,k,q}] \quad [53]$$

Cobros por la recogida de latas rechazadas.

$$VENTCLI = \sum_k [PR \cdot \sum_c XCK_{c,k}] \quad [54]$$

Costes de reciclaje de latas. Como se ha dicho anteriormente, la producción de los centros de reciclaje parte de una única materia prima para conseguir separar el aluminio del resto de metales. Este proceso tiene una gran eficiencia a pesar de no poder recuperar el resto de los metales y de perder una porción de aluminio.

$$PROD = \sum_k [cpk_k \cdot XKN_k] \quad [55]$$

Coste del transporte de las latas rechazadas. Dado que las envasadoras no disponen de un sistema de transporte propio éste queda a cargo de la empresa de reciclaje.

$$TRACLI = \sum_k \sum_c [(ctkcf + DS_{c,k} \cdot ctkcv) \cdot XCK_{c,k}] \quad [56]$$



Coste del transporte de los metales.

$$TRAFAB = \sum_k \sum_q [(ctkff_q + DS_{f,k} \cdot ctkfv_q) \cdot \sum_f XKF_{f,k,q}] \quad [57]$$

Coste del stock de los metales.

$$STPROD = \sum_k \sum_q [csk_q \cdot SK_{k,q}] \quad [58]$$

Coste del stock de las latas rechazadas.

$$STREC = \sum_k cskr \cdot SKR_k \quad [59]$$

### Balances de materia de los centros de reciclaje

El centro de reciclaje es la única entidad de este problema que puede almacenar materiales de naturaleza o procedencia distinta, es decir, que es capaz de almacenar latas rechazadas y metales que serán materia prima para los fabricantes de latas. El espacio para el stock es limitado aunque el espacio reservado para unos y otros está separado.

$$SKR_k^{(t-1)} + \sum_c XCK_{c,k} - SKR_k^{(t)} - XKN_k = 0 \quad \forall k \quad [60]$$

$$SK_{k,q}^{(t-1)} + XKP_{k,q} - SK_{k,q}^{(t)} - \sum_f XKF_{f,k,q} = 0 \quad \forall k, \forall q \quad [61]$$

$$XTR_c - \sum_k XCK_{c,k} = 0 \quad \forall c \quad [62]$$

$$XKP_{k,q} - ekp_k \cdot \frac{bkf_q}{\sum_q bkf_q} \cdot \alpha r \cdot XKN_k = 0 \quad \forall k, \forall q \quad [63]$$

### Limites superior de producción

Como todas las fábricas, el centro de reciclaje tiene un límite en su capacidad de procesar latas.

$$XKN_k - PUKL_k \leq 0 \quad \forall k \quad [64]$$

### Limitación del volumen de stock

Como ya hemos dicho, el espacio destinado para metales y latas está separado y el stock de unos no puede invadir el espacio del otro.

$$\sum_q SK_{k,q} - SLK_k \leq 0 \quad \forall k \quad [65]$$

$$SKR_k - SLKR_k \leq 0 \quad \forall k \quad [66]$$

### Restricción positiva de las variables

Ninguna de las variables involucradas en el problema de optimización de los centros de reciclaje puede ser negativa.

$$XKF_{f,k,q}, XCK_{c,k}, XKN_k, XKP_{k,q}, SK_{k,q}, SKR_k \geq 0 \quad [67]$$

Detalle de las constantes

$cpk_k$	Coste de reciclar las latas rechazadas.
$ctkcf$	Coste fijo de transportar las latas rechazadas desde un cliente hasta un centro de reciclaje.
$DS_{c,k}$	Distancia entre la envasadora c y el centro de reciclaje k.
$ctkcv$	Coste variable de transportar las latas rechazadas desde un cliente hasta un centro de reciclaje.
$ctkff_q$	Coste fijo de transportar aleación q desde un centro de reciclaje hasta una fábrica.
$DS_{f,k}$	Distancia entre el centro de reciclaje k y la fábrica f.
$ctkfv_q$	Coste variable de transportar aleación q desde un centro de reciclaje hasta una fábrica.
$csk_q$	Coste del stock de aleación q en un centro de reciclaje.
$cskr$	Coste del stock de las latas rechazadas en un centro de reciclaje.
$ekp_k$	Eficiencia del proceso de producción en el centro reciclaje k.
$bkf_q$	Cantidad proporcional de aleación q que se obtiene del proceso de reciclaje.
$\alpha r$	Peso medio de una lata rechazada.
$PUKL_k$	Límite superior de producción del centro reciclaje k.
$SLK_k$	Cantidad máxima de aleaciones q que es capaz de almacenar el centro reciclaje k.
$SKR_k$	Cantidad máxima de latas rechazadas que es capaz de almacenar el centro reciclaje k.

**6.3. Equivalencias entre ecuaciones**

A pesar de que los modelos matemáticos de cada jugador son muy parecidos, tienen ciertas diferencias. La más evidente es en relación a la competencia entre jugadores, ya que, tanto proveedores como clientes no pertenecen al mismo grupo empresarial y fábricas y almacenes sí. Es por este motivo que hay una función objetivo para cada cliente y cada proveedor pero solo

hay una única función para los fabricantes y distribuidores de latas. Un papel similar al del líder es el que desempeña la empresa de reciclaje propietaria de los distintos centros de reciclaje.

Un segundo aspecto muy relevante es en relación al transporte, dado que tanto líder como proveedor disponen de una red de transporte propia para llevar sus productos acabados. Por otro lado los clientes tienen esta necesidad ya que no transportan ni sus materias primas ni las latas rechazadas. A diferencia de todos los demás el centro de reciclaje dispone de transporte tanto para su materia prima como para sus productos.

Dado el alcance de este estudio, no se tienen en consideración ni el stock de la materia prima de los proveedores ni el de los productos acabados de las envasadoras. Teniendo en cuenta dicho alcance, el centro de reciclaje es el único personaje del estudio con capacidad para almacenar sus productos acabados y su materia prima en la misma localidad (aunque en emplazamientos separados). A pesar de esto, las ecuaciones de stock de la empresa de reciclaje y de la empresa fabricante de latas son muy similares, aunque esta última necesita un transporte interno para poder almacenar sus productos.

Las limitaciones de producción de cada jugador son muy similares, en la medida en que se establecen límites en la fabricación de un producto en concreto ya que cada uno de ellos corresponde a una línea de fabricación distinta.

Otra diferencia entre el centro de reciclaje y el resto de jugadores está en el modo de producir sus productos, es decir, que el centro de reciclaje no puede elegir que materias producir, ya que es un proceso lineal en el que se separan los metales de las latas rechazadas. Por otro lado, tanto las fábricas como los proveedores y envasadores pueden elegir fabricar uno de los tipos de sus productos sin tener que fabricar irremediamente el resto de ellos.

## 7. Programa en Matlab

Para poder resolver el problema planteado se ha creado un programa en Matlab que ejecuta las teorías y métodos descritos en este proyecto. Este programa consta de catorce funciones programadas, que llaman a subprogramas ya creados en Matlab. El más importante es el programa que resuelve los problemas lineales de optimización, el “solver” linear “Linprog”. Para poder emplear este subprograma el problema debe estar reformulado en forma de vectores y matrices. De este modo tanto ecuaciones como inecuaciones están en forma de matriz y las funciones “objetivo”, las ordenadas al origen y las acotaciones de las variables están concentradas cada una en un vector. El resultado obtenido de la ejecución de este subprograma es el vector solución de las variables.

### Programa “DATOS”

Lo primero que realiza el código es una búsqueda de los datos iniciales en la hoja de Excel llamada OPTIMIZACIÓN SC. En este momento el programa desconoce datos como número de jugadores de cada tipo, número de ciudades y la localización de cada entidad. Ha sido necesario limitar el número de ciudades porque el programa ha de saber hasta dónde puede encontrar estos datos.

Tabla 5. Extraída de la hoja de Excel para ilustrar el funcionamiento de la obtención de datos en Matlab

LÍMITE DE STOCK							
	DÜSSELDORF	FRANKFURT AM MAIN	NÜRNBERG	STUTGART	MÜNCHEN	HANNOVER	HAMBURG
FÁBRICA (ton)			958		852		
ALMACÉN (MM latas)				60			150
CENTRO RECICLAJE (mMM latas)				15		10	
C. RECICLAJE (ton)				250		200	
CLIENTE (MM latas)	85	93			74	83	
PROVEEDOR (ton)		1000					1000

Como se puede ver en la tabla, el programa debe rastrearla de lado a lado para poder encontrar todos los datos. Una vez finalizada la búsqueda, Matlab crea un vector donde se copian los datos, aunque algunos de ellos son los espacios en blanco y estos no son necesarios. Por ese motivo se transfieren los datos relevantes a los vectores que finalmente se terminan empleando en el programa.

Por último se transfieren los datos más simples de obtener como costes, demandas, porcentajes de masa, etc...

Esta información se comparte con todos los demás subprogramas mediante la función de Matlab "global".

#### Grupo de programas "OBJETIVO"

El programa empieza a crear el modelo por las funciones objetivo de cada jugador, ya descritas en el apartado anterior, para todos los meses especificados.

Este grupo engloba los siguientes programas:

- OBJETIVO\_LIDER, se crea el vector que representa el objetivo del líder.
- OBJETIVO\_PROVEEDOR, se crean y se suman los vectores objetivo de cada proveedor, excepto el de los centros de reciclaje.
- OBJETIVO\_CLIENTE, se crean y se suman los vectores objetivo de cada cliente.
- OBJETIVO\_CENRECICLAJE, se crea el vector objetivo de la empresa de reciclaje.

Estos programas crean un vector para cada jugador, cuyo producto con el vector de variables da como resultado el beneficio de este mismo.

Cada uno de los programas tiene como variables de entrada los precios con los que está relacionado el jugador en cuestión. De este modo, se reformulan estos vectores para cada grupo de precios del que se necesita respuesta.

#### Grupo de programas "ECUACIÓN"

En este conjunto de programas se encuentran las líneas de código que modelan las restricciones que afectan a cada jugador. En primer lugar los programas crean las matrices y los vectores de las ecuaciones de los jugadores. Algunas de esas ecuaciones tienen ordenadas de origen distintas una vez pasado el primer mes. Por este motivo las ecuaciones iniciales se crean primero y luego se forman las demás. Por último se crean las matrices y vectores de las inecuaciones o restricciones.

Los programas que se corresponden con este grupo son:

- ECUACIÓN\_LIDER
- ECUACIÓN\_PROVEEDORES
- ECUACIÓN\_CLIENTES

### Programa “BARRIDO”

Este subprograma genera todos los valores de las variables “precio” que son candidatos a resolver el problema de optimización.

### Programa “CLOSEDLOOP”

Para ejecutar este subprograma es necesario que se introduzca uno de los grupos de valores del barrido de precios. Con estos datos se ejecutan por orden los programas de objetivos y ecuaciones de cada jugador. Una vez se han generado los vectores y matrices, empieza un bucle que ejecuta varias veces el “solver” que resuelve los problemas de cada jugador.

Se resuelven en primer lugar los problemas de los clientes, de ese modo se calcula la cantidad de productos que los clientes necesitan y se transmiten estos valores al líder. En ese momento se entra en un segundo bucle que termina cuando la cantidad de producto que los clientes demandan coincide con la cantidad que el líder oferta. Con cada iteración se limitan de nuevo las variables de transferencia. El modo de aplicar estas limitaciones es distinto si el problema que se resuelve es el de clientes o el del líder. La diferencia radica en que la oferta del líder está completamente restringida por la demanda de los clientes (el líder no puede obligar al cliente a comprar) y por tanto para el líder la variable que representa la suma de un tipo de producto que un cliente compra (XTC) está completamente acotada. En cambio, para el cliente, esta misma variable solo se acota si el líder no puede ofertar todo lo que el cliente necesita. Esta operación de acotación se realiza en el subprograma “VARIABLES\_RESTRIC”.

Finalizado este segundo bucle arranca el tercero y último, donde se realiza el mismo procedimiento anterior. Aunque en este caso el cliente que limita la demanda es el líder y los proveedores son quien tiene acotada su oferta. Del mismo modo que en el segundo bucle, el tercero solo se detiene cuando la oferta de los proveedores y la demanda del líder coinciden.

Cuando la oferta de proveedores es menor que la demanda del líder se ejecuta una restricción adicional para el líder, que le permite repartir mejor la materia prima. Esto es debido a que las fábricas son propiedad del líder y por tanto cooperan entre sí.

Hasta ese momento el bucle inicial seguía activo y solo finaliza cuando todas las demandas coinciden con sus correspondientes ofertas. En caso contrario vuelve arrancar el segundo bucle.

Una vez resuelto el problema, se juntan las soluciones en un solo vector. Éste es el dato de salida del subprograma.

### Programa “VARIABLES RESTRIC”

Este programa es ejecutado cada vez que es necesario acotar alguna de las variables de transferencia y su función exacta depende del jugador al que se está optimizando sus beneficios.

El subprograma ejecuta las acotaciones apropiadas porque una de las variables de entrada le permite conocer al jugador que se está tratando.

#### Programa "FINBUCLE"

La función de este subprograma es decidir si los bucles que se inician en el programa "CLOSEDLOOP" deben cesar. Éste es ejecutado al final de las operaciones de dichos bucles para saber si las variables de transferencia de los problemas que se resuelven coinciden.

#### Programa "ESCR\_SOL"

Este programa imprime la solución encontrada en la misma hoja de Excel en que se obtienen los datos de entrada.

#### Programa "ESCR\_APOYO"

Para demostrar que la solución es coherente, es necesaria la ayuda de Matlab para agrupar las variables de forma que se pueda comprobar, en la hoja de Excel donde se imprimen estas operaciones, que el vector obtenido es una solución de las ecuaciones planteadas.

Este subprograma es una medida de seguridad para saber que la respuesta que se ha obtenido es una solución al problema planteado.

#### Programa "ANALIS\_RESULTADO"

Este programa se ejecuta cada vez que se resuelven las combinaciones de todos los posibles precios de la materia estropeada. Como se ha explicado anteriormente se elige de entre ellas la combinación que favorezca más a la empresa de reciclaje y se compara con la combinación que hasta ese momento sea óptima para el líder. Si los beneficios son mayores con esta combinación, está sustituye a la anterior. Este programa también registra la respuesta con menores costes para el líder, la que termina obteniendo mayores ingresos para el fabricante de latas y la combinación que le permite vender y comprar sin ninguna restricción.

#### Programa "RESULTADO"

Este es el código con el que arranca el programa y llama a prácticamente todos los subprogramas anteriormente descritos.

- En primer lugar carga los datos iniciales con la función "DATOS".
- A continuación crea el conjunto de valores de las variables "precio" mediante "BARRIDO".

- El programa ejecuta la función “CLOSEDLOOP” para cada combinación de valores del barrido.
- Se guardan las soluciones generadas hasta que se han realizado todas las combinaciones de los precios de los productos que hay que reciclar con el de las materias primas y productos. Dichas soluciones se entran como datos en el programa “ANALIS\_RESULTADO”, para determinar que combinación escogería la empresa de reciclaje y que combinación es óptima para el líder.
- Finalmente se ejecutan las funciones “ESCRIV\_SOL” y “ESCRIV\_APOYO”, para imprimir la solución y el apoyo a las medidas de comprobación de la hoja de Excel.



## 8. Resolución del ejemplo del artículo

Para comprobar que el programa creado funciona correctamente se ha resuelto el problema del ejemplo del artículo de Yue y You, “Game-theoretic modeling and optimization of multi-echelon supply chain design and operation under Stackelberg game and market equilibrium”. En este artículo se muestra cómo resolver un problema de estrategia y planificación no cooperativa. Puesto que en este proyecto solo se trata la planificación de cadenas de suministro y no el diseño de estas, se resuelve el problema de planificación cuando las decisiones estratégicas ya están tomadas.

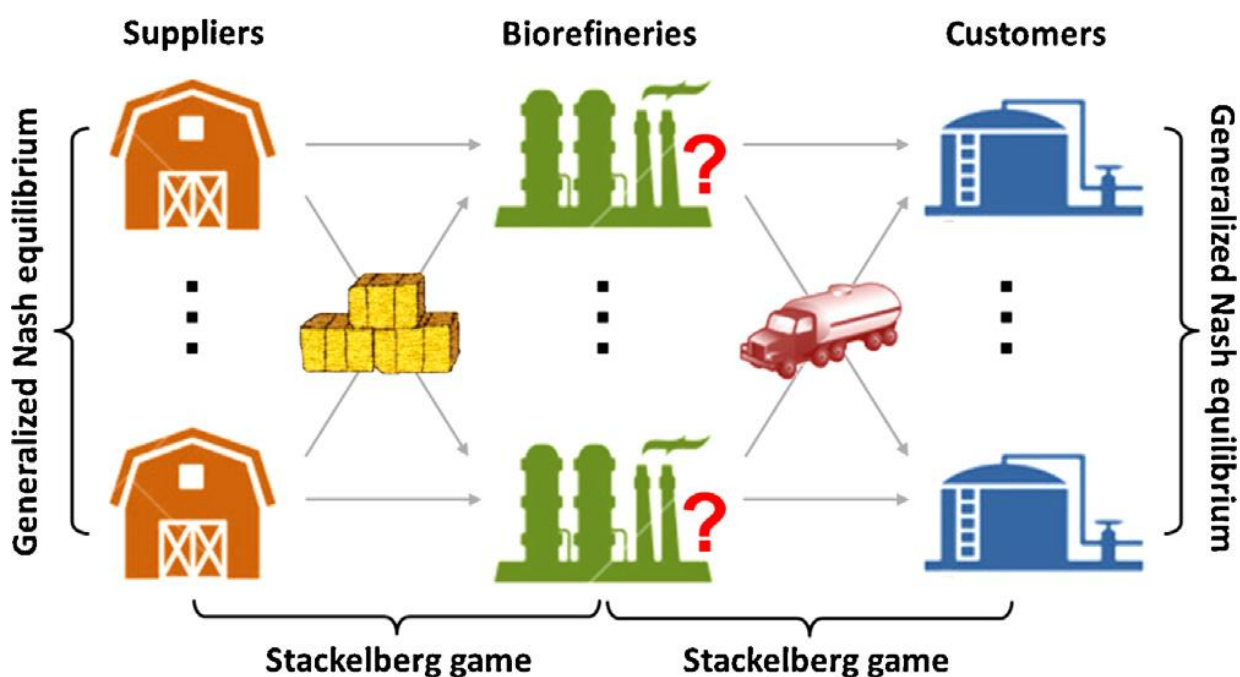


Ilustración 4. Esquema del problema de estrategia extraído del artículo

El ejemplo arriba expuesto corresponde a un problema de optimización de una cadena de suministro de fabricación de biocombustible a partir de biomasa. La empresa fabricante consta únicamente de una fábrica, sin almacenes de distribución. Esta fábrica convierte el maíz en etanol mediante un proceso bioquímico basado en la hidrólisis enzimática usando ácido diluido.

La SC consta de 4 proveedores y 4 clientes, sin flujo inverso, es decir que no hay ninguna empresa de reciclaje. Solo se estudia un tipo de materia prima y un tipo de producto, que son el maíz y el alcohol respectivamente.

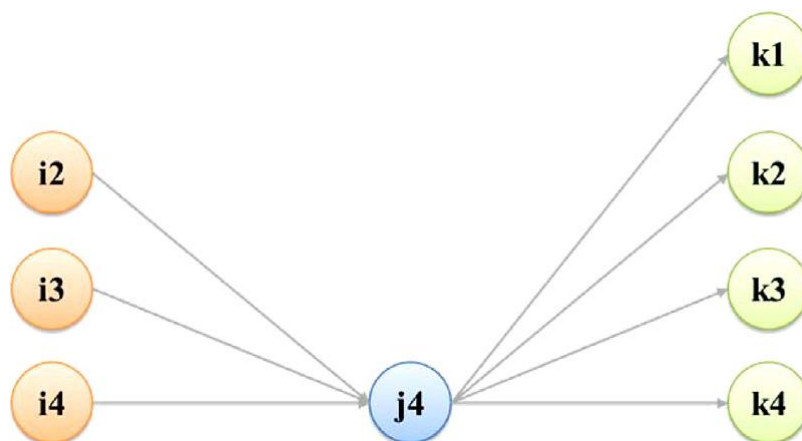


Ilustración 5. Esquema del problema de planificación, ya tomadas las decisiones estratégicas (extraído del artículo)

Puesto que los proveedores no tienen, en este caso, una cartera de clientes propia, solo es necesario incluir en el barrido de precios de la materia prima los cuatro precios que permiten a cada proveedor participar en la SC.

Tabla 6. Lista de los posibles valores del maíz que optimizan los beneficios del líder

BARRIDO DE LOS POSIBLES PRECIOS DE LA MP				
PROVEEDOR	DISTANCIA	COSTES DE TRANSPORTE	COSTE DE PRODUCCIÓN	PRECIO (\$/ton)
1	70	27,84	36,78	64,62
2	40	20,04	36,78	56,82
3	50	22,64	36,78	59,42
4	15	13,54	36,78	50,32

De forma análoga a los proveedores, el barrido de precios de los clientes son los valores del precio del biocombustible que les permiten comprarlo al líder sin perder dinero.

Tabla 7. Lista de los posibles valores del biocombustible que optimizan los beneficios del líder

BARRIDO DE LOS POSIBLES PRECIOS DE LOS PRODUCTOS T.				
CLIENTE	DISTANCIA	COSTES DE TRANSPORTE	PRECIO DE VENTA	PRECIO (\$/gal)
1	71	0,05	2,40	2,35
2	42	0,04	2,40	2,36
3	50	0,04	2,50	2,46
4	15	0,03	2,35	2,32

Una vez ejecutado el programa se obtiene el mismo resultado que obtuvieron los autores de este artículo. El precio de la MP es de 59.42 \$/ton y el del biocombustible es de 2.32 \$/gal, el mínimo posible para que todos los clientes puedan comprarlo al líder.

Como se puede ver en la ilustración 5, el proveedor nº 1 rehúsa participar en la SC puesto que el precio de la MP que optimizan los beneficios del líder es más bajo que su precio de coste. Sin embargo toda la demanda de biocombustible del líder se puede satisfacer con la MP que le proporcionan el resto de proveedores. Por este motivo el precio del producto final es el precio de coste del proveedor nº3, que es quien tiene mayores costes (a parte del proveedor nº1).

La demanda de todos los clientes queda satisfecha y se compra toda la oferta de los proveedores nº2 y 4 y el 41% de la oferta del nº3.

Tabla 8. Resumen de los resultados del problema

	BENEFICIO (MM \$)	T. MAÍZ	T. ALCOHOL
PROVEEDOR 1	0,00	0	-
PROVEEDOR 2	1,56	600	-
PROVEEDOR 3	0,00	122,90	-
PROVEEDOR 4	0,91	100	-
<b>LÍDER</b>	10,94	822,90	65
CLIENTE 1	0,64	-	20
CLIENTE 2	1,24	-	30
CLIENTE 3	1,39	-	10
CLIENTE 4	0,00	-	5

## 9. Análisis de los resultados del problema

Se ha ejecutado el programa con los datos planteados en el capítulo 6, y el resultado es, en algunos aspectos, poco predecible.

Tabla 9. Previsión de la producción de las fábricas de latas obtenida en MM latas

XFP (PRODUCCIÓN DEL LÍDER)			
MES	FÁBRICA	Lata Al	Lata Al-Mn
ABRIL	NÜRNBERG	75,00	56,37
	MÜNCHEN	0,00	24,78
MAYO	NÜRNBERG	75,00	0,00
	MÜNCHEN	0,00	0,00
JUNIO	NÜRNBERG	25,02	86,99
	MÜNCHEN	0,00	0,00
JULIO	NÜRNBERG	30,59	78,70
	MÜNCHEN	0,00	0,00
AGOSTO	NÜRNBERG	22,96	93,70
	MÜNCHEN	0,00	0,00
SEPTIEMBRE	NÜRNBERG	41,08	61,51
	MÜNCHEN	0,00	0,00

El programa permite conocer, además de la combinación de precios que maximiza los beneficios, la que da un mínimo coste, los máximos ingresos posibles, y la que permite comprar a cualquier proveedor y vender a cualquier cliente, la que hemos llamado “Máximo abanico”. (Tabla 51 del Anexo)

Como se puede ver en la tabla 9, la producción de la segunda fábrica es prácticamente nula en la solución de máximo beneficio. Esto no significa que la fábrica no pueda ser productiva ya que en la tabla 10 se puede ver que adoptando otros precios de compra y venta una de las líneas de la fábrica de München proporciona casi tantos beneficios como la de Nürnberg. De todos modos, la línea de fabricación de latas de tipo Al en la fábrica de München es siempre improductiva por el alto coste de fabricar allí este tipo de latas.

Tabla 10. Resumen de los beneficios que obtendría cada fábrica con distintas estrategias (precios)

	BENEFICIO DE CADA FÁBRICA (MM €)			
	FÁBRICA DE NÜRNBERG		FÁBRICA DE MÜNCHEN	
	Lata tipo Al	Lata tipo Al-Mn	Lata tipo Al	Lata tipo Al-Mn
<b>MÁXIMO BENEFICIO</b>	2,19	3,92	0,00	0,25
<b>MÍNIMO COSTE</b>	0,19	0,00	0,00	0,34
<b>MÁXIMOS INGRESOS</b>	1,74	1,76	0,00	1,57
<b>MÁXIMO ABANICO</b>	1,74	1,69	0,00	1,52

En las tablas 11 y 12 se puede observar que el líder puede abastecer toda la demanda de latas de Al-Mn, ya que sus clientes no necesitan recurrir a sus otros proveedores habituales, excepto el tercero al que no le sale a cuenta producir refrescos con ese tipo de envase. Sin embargo el líder no es capaz de vender todas las latas de Al que sus clientes necesitan. El motivo de este impedimento es la falta de materias primas, en concreto la aleación 1100. Esta falta de MP es debida a que el precio que el líder paga por la aleación 1100 es muy bajo y no llega a competir con el resto de clientes de los proveedores de metal.

Tabla 11. Resumen de la producción de los clientes de los seis meses de estudio (MM latas)

XTC (DEMANDA DE LATAS DE LOS CLIENTES)		
CLIENTE	Lata Al	Lata Al-Mn
<b>DÜSSELDORF</b>	67,57	47,02
<b>FRANKFURT</b>	170,64	142,56
<b>MÜNCHEN</b>	0,00	0,00
<b>HANNOVER</b>	71,44	242,47

Tabla 12. Resumen de las compras de los clientes a su mercado habitual de los seis meses de estudio (MM latas)

XCM (LATAS COMPRADAS AL MERCADO EXTERIOR)		
CLIENTE	Lata Al	Lata Al-Mn
<b>DÜSSELDORF</b>	56,98	0,00
<b>FRANKFURT</b>	18,19	0,00
<b>MÜNCHEN</b>	232,84	0,00
<b>HANNOVER</b>	96,32	0,00

Se puede observar (tabla 33 del Anexo) que el proveedor de Frankfurt vende a sus clientes habituales toda la aleación que puede y produce material extra hasta su límite de producción (tabla 34 del Anexo) para venderlo al líder a pesar de lo poco que gana con la transacción. Ésta

es una de la capacidades del líder, la de poder realizar una transacción con algún jugador sin que este obtenga ningún beneficio (o prácticamente no lo obtenga). No es así con el proveedor de Hamburgo, a quien se le paga suficiente dinero como para que renuncie a sus clientes habituales para abastecer al líder con ambos tipos de aleación.

En la tabla 31 del Anexo se puede ver que en los primeros meses del estudio, cuando no hay mucha demanda de los productos del líder, éstos se almacenan en los centros de distribución para poder venderlos en los meses de máxima demanda.

El precio de las latas estropeadas es el mínimo que necesita la empresa de reciclaje para poder obtener el máximo de latas posibles, 4.700 €/MM latas, consiguiendo que no se lleve ninguna lata al vertedero (tabla 37 del Anexo).

Aunque ambos centros son en todos los casos rentables, el centro de Stuttgart tiene mayores beneficios por estar mejor posicionado con respecto a los clientes.

Tabla 13. Beneficios de cada centro de reciclaje

(MM €)	BENEFICO DE CADA CENTRO DE RECICLAJE	
	CENTRO DE STUTTGART	CENTRO DE HANNVER
<b>MÁXIMO BENEFICIO</b>	0,64	0,51
<b>MÍNIMO COSTE</b>	0,31	0,27
<b>MÁXIMOS INGRESOS</b>	0,67	0,53
<b>MÁXIMO ABANICO</b>	0,67	0,53

Dado que el centro de reciclaje de Stuttgart obtiene con más facilidad su materia prima, su producción y sus beneficios sufren menos ante los cambios del precio de las latas estropeadas (tabla 14). Una subida de este precio acarrea un aumento de los beneficios por lata reciclada pero reduce la cantidad de latas que pueden obtener. En la tabla 14 se puede ver que el beneficio de los proveedores no se ve afectado ante los cambios del precio de estos productos, aunque el líder sí lo nota. Por este motivo, los intereses de la empresa de reciclaje y los del fabricante de latas están alineados.

Tabla 14. Posibles beneficios que se obtendrían en función del precio de los productos a reciclar

PRECIO DE LATAS RECHAZADAS (€/MM latas)	BENEFICIO LIDER (MM €)	BENEFICIO EMPRESA R. (MM €)	BENEFICIO PROVEEDORES (MM €)	BENEFICIO DE CADA CENTRO DE RECICLAJE (MM €)	
				CENTRO DE STUTTGART	CENTRO DE HANNOVER
8900	8,40	0,48	5,33	0,25	0,23
4700	8,49	1,15	5,33	0,64	0,51
7600	8,42	0,64	5,33	0,41	0,23
5800	8,46	0,92	5,33	0,41	0,51

En la siguiente tabla se puede apreciar el poco beneficio que siempre obtiene el cliente situado en München debido a sus costes de producción tan altos, que incluso hacen que uno de los productos no sea rentable. Sin embargo es capaz de obtener su MP de sus proveedores habituales, lo suficientemente barata como para no notar alguna repercusión en las acciones del líder.

Tabla 15. Posibles beneficios que obtendrían los clientes en función de las estrategias del líder

(MM €)	BENEFICIO TOTAL	BENEFICIOS DE CADA CLIENTE			
		CLIENTE DE DÜSSELDORF	CLIENTE DE FRANKFURT	CLIENTE DE MÜNCHEN	CLIENTE DE HANNOVER
MÁXIMO BENEFICIO	7,04	1,04	2,23	0,29	3,48
MÍNIMO COSTE	5,33	0,97	2,12	0,28	1,96
MÁXIMOS INGRESOS	7,40	1,08	2,52	0,29	3,51
MÁXIMO ABANICO	7,53	1,10	2,56	0,29	3,58

Finalmente se debería resaltar que los clientes de Frankfurt y Hannover son los mejores clientes del líder, ya que compran muchas más latas que el resto de clientes (tabla 16). Además ganan mucho más dinero que el resto de clientes por lo que probablemente estarán muy satisfechos con los servicios ofrecidos.

Tabla 16. Cantidad de materia prima comprada por los clientes

(MM latas)	LATAS COMPRADAS AL LIDER				LATAS COMPRADAS AL MERCADO EXTERIOR			
	CLIENTE DE DÜSSELDORF	CLIENTE DE FRANKFURT	CLIENTE DE MÜNCHEN	CLIENTE DE HANNOVER	CLIENTE DE DÜSSELDORF	CLIENTE DE FRANKFURT	CLIENTE DE MÜNCHEN	CLIENTE DE HANNOVER
MÁXIMO BENEFICIO	114,59	313,19	0,00	313,92	56,98	18,19	232,84	96,32
MÍNIMO COSTE	12,20	71,48	0,00	44,63	159,37	259,90	232,84	147,42
MÁXIMOS INGRESOS	84,30	331,38	201,83	256,94	87,27	0,00	31,01	153,29
MÁXIMO ABANICO	84,30	331,38	201,83	256,94	87,27	0,00	31,01	153,29

Resumiendo, los resultados nos indican que la fábrica situada en München no es suficientemente competitiva como para ponerse en marcha en estas condiciones. Sin embargo ello no significa que deba cerrarse la fábrica inmediatamente, ya que ésta es capaz de reportar beneficios y probablemente pueda llegar a alcanzar la competitividad necesaria si se reducen los costes de producción y transporte y si se encuentran nuevos proveedores.



## 10. Conclusiones

El objetivo del proyecto era resolver un problema de optimización y el resultado obtenido es coherente con las teorías aplicadas, aunque no se ha demostrado científicamente que la respuesta que ofrece este programa sea la óptima.

A pesar de todo, el programa creado en este proyecto tardó 4 horas en resolver el problema planteado y realizó 16.384 combinaciones diferentes. Para cada combinación de los precios que el líder puede elegir se ha escogido el precio de las latas estropeadas que más favorece a la empresa de reciclaje, ya que como se ha comentado anteriormente éste es un precio que la compañía fabricante de latas no puede controlar. Esto significa que las combinaciones a considerar se reducen a 4.096, y se elige la que aumenta en mayor medida los beneficios del líder.

La resolución de un problema de optimización de una SC con esta metodología permite obtener información adicional sobre el comportamiento de ésta. Esto permite plantear diferentes planes de producción para alcanzar objetivos estratégicos de la empresa. En otras palabras, se pueden encontrar un conjunto de precios con un objetivo distinto al de maximizar los beneficios del líder, lo que dota al programa de una flexibilidad que le permite obtener este tipo de información que de otro modo no se podría obtener.

Por último, es necesario resaltar que en el transcurso de la resolución del problema, el “solver” empleado a menudo tiene problemas para llegar a encontrar la solución a la velocidad preestablecida, en concreto cuando se acotan las variables de transferencia de MP del líder. Ello tan solo se traduce en problema de tolerancias dado que consigue llegar a obtener la respuesta del problema con el número de decimales especificado previamente. Por este motivo se ha realizado un pequeño análisis (capítulo 5 del Anexo) para saber cómo varía el resultado obtenido si se modifica esta tolerancia en el “solver”.

## 11. Impacto ambiental y económico

### Impacto ambiental de realización del proyecto

Dado que todo el trabajo realizado para completar este proyecto ha sido únicamente electrónico, el único factor que podría haber afectado al medioambiente sería el consumo de energía eléctrica de los ordenadores. Han sido necesarias 750 horas de trabajo lo que conlleva un consumo total de 90 kWh de energía eléctrica.

A estos 90 kWh habría que añadir las horas de cálculos de los ordenadores cuando esté en funcionamiento el programa. En este caso tardó 4 horas en resolver el ejemplo de este proyecto, lo que comporta un pequeño aumento energético de 0.5 kWh. Este consumo eléctrico equivale a unas emisiones de 48 kg de CO<sub>2</sub> (0,53 kg CO<sub>2</sub>/kWh).

Si fuera necesario resolver un modelo más grande y complejo que el planteado en este proyecto, el tiempo podría aumentar considerablemente e incluso podría pasar varios días trabajando.

### Impacto ambiental de implementar el proyecto

El programa realiza un cálculo del combustible total consumido por los vehículos de transporte (tabla 17). Con la tabla se demuestra que el combustible usado y por tanto la contaminación emitida al medio ambiente depende en gran medida de los precios que el líder escoja. Aunque este es un dato a tener en cuenta cuando se decida la política económica de la empresa (precios compra-venta), este cálculo está incompleto pues desconocemos el combustible empleado para transportar las mercancías del mercado exterior. A pesar de esto, en el problema resuelto, si el factor ambiental tuviera un gran peso a la hora de decidir qué precios debería adoptar la compañía líder, lo más probable sería que no eligiera una política económica de máximos beneficios sino de mínimos costes. Esto es debido a que los beneficios tan solo se reducen un 25% a cambio de una reducción del 92% en el consumo de combustible.

Tabla 17. Consumo de combustible de los vehículos de transporte de la SC

(L)	C. CONSUMIDO EN TRAILER	C. CONSUMIDO EN CAMIÓN	COMBUSTIBLE TOTAL
<b>MÁXIMO BENEFICIO</b>	204026	96655	300681
<b>MÍNIMO COSTE</b>	23597	2574	26171
<b>MÁXIMOS INGRESOS</b>	226615	109764	336379
<b>MÁXIMO ABANICO</b>	226615	109764	336379

Suponiendo que en una empresa real que tuviera las características planteadas en este proyecto y planificase su producción de modo similar a la solución de “máximos ingresos” (lo más habitual en las empresas), se produciría una reducción de algo más del 10% en el consumo de gasoil si adoptase la planificación de “máximos beneficios”.

Dado que 1 L de diésel equivale a 2,7 kg de CO<sub>2</sub>, y el ahorro de implementar la planificación encontrada con este programa son más de 30.000 L de combustible (81 ton de CO<sub>2</sub>), el coste ambiental de la realización del proyecto es completamente asumible.

#### Impacto económico de realización del proyecto

El sueldo de un ingeniero principiante es de 10 €/h netos, por lo que la cantidad total empleada en personal es 7.500 €. Los gastos en el alquiler de oficina y corriente eléctrica son 10.000 €, por lo que el coste total del proyecto son 17.500 €.

La previsión económica de la empresa es vender 10 licencias del programa en 1 año. Para conseguir amortizar este proyecto en ese tiempo, el precio del programa es 1.750 € por licencia.

#### Impacto económico de implementar el proyecto

Como ya se ha dicho, la metodología planteada en este proyecto permite incluir otros objetivos diferentes al de maximizar los beneficios. Esto permite a un empresario plantear distintas estrategias de producción para su negocio:

- Maximización de la producción para desbancar competidores (máximo abanico).
- Maximizar el volumen de negocio para evaluación positiva de riesgos y crédito bancarios (máximos ingresos).
- Minimizar los costes generales para mayor seguridad en épocas de crisis.

Tabla 18. Resumen de beneficios y costes que tendría la compañía líder con distintos precios

(MM €)	BENEFICIO TOTAL	COSTES TOTALES	COSTES DE MATERIA P.	INGRESOS
<b>MÁXIMO BENEFICIO</b>	8,49	35,84	22,94	44,33
<b>MÍNIMO COSTE</b>	5,33	2,30	2,02	7,63
<b>MÁXIMOS INGRESOS</b>	6,97	44,54	29,53	51,51
<b>MÁXIMO ABANICO</b>	6,83	44,54	29,53	51,37

Resumiendo el programa no solo ofrece un plan de producción que mejora la economía de la empresa sino que también ofrece un análisis de la situación de económica de la SC y varias opciones de futuro que potencian un factor u otro para que el propietario de la compañía líder elija la opción que más le favorece.

Como se puede ver en la tabla 18, la magnitud de beneficios de la planificación que se propone es de varios millones y las ganancias con respecto otras estrategias de producción, que tienen más posibilidades de estar implantadas en la realidad, son como mínimo de un millón y medio. En conclusión dado el volumen de beneficios que puede reportar el estudio, en este caso, es una buena inversión comprar la licencia del programa.

## 12. Bibliografía

- [1] <http://www.indexmundi.com/es/precios-de-mercado/?mercancia=aluminio&moneda=eur#dropdown-lvl30>
- [2] <http://iesbinef.educa.aragon.es/departam/webinsti/webalu/archivos/03.pdf>
- [3] <http://www.tiposde.org/ciencias-exactas/625-tipos-de-aluminio/>
- [4] [https://es.wikipedia.org/wiki/Cadena\\_de\\_suministro](https://es.wikipedia.org/wiki/Cadena_de_suministro)
- [5] [https://es.wikipedia.org/wiki/Booz\\_Allen\\_Hamilton](https://es.wikipedia.org/wiki/Booz_Allen_Hamilton)
- [6] <http://www.boozallen.com/>
- [7] [https://en.wikipedia.org/wiki/Keith\\_Oliver](https://en.wikipedia.org/wiki/Keith_Oliver)
- [8] <https://www.petersandpeters.com/lawyer/keith-oliver/>
- [9] [https://en.wikipedia.org/wiki/David\\_Blanchard](https://en.wikipedia.org/wiki/David_Blanchard)
- [10] <http://es.slideshare.net/galeon901/la-logistica-en-la-gestion-de-cadenas-de-suministro>
- [11] [https://en.wikipedia.org/wiki/Wisconsin\\_State\\_Assembly](https://en.wikipedia.org/wiki/Wisconsin_State_Assembly)
- [12] [https://en.wikipedia.org/wiki/Closed\\_loop](https://en.wikipedia.org/wiki/Closed_loop)
- [13] [www.camarazaragoza.com/wp-content/uploads/2012/10/calculoemisiones.xls](http://www.camarazaragoza.com/wp-content/uploads/2012/10/calculoemisiones.xls)
- [14] Dajun Yue, Fengqi You. Game-theoretic modeling and optimization of multi-echelon supply chain design and operation under Stackelberg game and market equilibrium. Computers and Chemical Engineering 71 (2014) 347-361.
- [15] Maria Isabel Gomes Salema, Ana Paula Barbosa-Povoa, Augusto Q. Novais. Simultaneous design and planning of supply chains with reverse flows: A generic modelling framework. European Journal of Operational Research 203 (2010) 336-349.